



Esempio visivo della legge di Beer-Lambert-Bouguer (Amirber-Wikipedia)

Marco Taddia
Dipartimento di Chimica "Giacomo Ciamician"
Università di Bologna
marco.taddia@unibo.it

SUL FILO DI LANA. BEER, BERNARD E LA LEGGE DELL'ASSORBIMENTO*

Nel 1852, tre mesi dopo che August Beer aveva pubblicato i risultati delle sue ricerche sull'assorbimento della luce da parte delle soluzioni colorate, anche Félix Bernard giunse a stabilire, in maniera indipendente, una relazione fra l'assorbimento della luce, lo spessore attraversato e il "titolo" delle soluzioni. Questo lavoro si propone di confrontare i rispettivi contributi.

Affermare, senza mezzi termini, che non c'è legge scientifica che porti il nome di chi l'ha scoperta [1] sembra davvero azzardato benché, non di rado, a chi si occupa di storia, capiti d'imbattersi in attribuzioni controverse, priorità contestate e contributi trascurati. Quando si è convinti che la conoscenza e le conquiste scientifiche derivano da un impegno collettivo, tutto ciò appare quasi fisiologico. Semmai, alla fine, è utile riflettere sul carattere accidentale della fama e sul confine sottile che la separa dall'oblio.

Un esempio interessante è quello che riguarda la legge dell'assorbimento della radiazione elettromagnetica, detta sbrigativamente di Lambert-Beer (o Beer-Lambert), benché la IUPAC non trascuri di aggiungere il nome di Bouguer [2-3]. Come spiegato in precedenza su queste pagine [4], la genesi di questa importante legge è complicata. Altri Autori [5-7] se ne sono occupati ma restano alcuni punti da approfondire.

Trent'anni prima che Johann Heinrich Lambert (1728-1777) esprimesse in termini moderni e precisi la legge dell'assorbimento mediante il calcolo differenziale [8], Pierre Bouguer (1698-1758) dedus-

se che nell'attraversare un corpo trasparente la luce si attenuava secondo una curva logaritmica [9]. A sua volta, per quanto riguarda la diminuzione dell'intensità luminosa con la distanza, lo stesso Bouguer era stato preceduto da numerosi altri che, a partire dagli anni Trenta del secolo XVII, in maniera più o meno esplicita, si erano espressi per un andamento secondo progressione geometrica [4]. Il contributo di August Beer (1825-1863) [10] riguarda il comportamento delle soluzioni e non è di immediata interpretazione. La sua legge non contiene esplicitamente il termine concentrazione ma solo la quantità di sostanza assorbente. Egli utilizzò lo spessore di soluzione

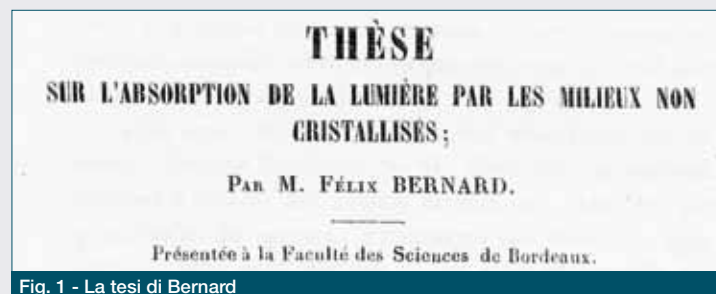


Fig. 1 - La tesi di Bernard

*Lavoro presentato al XXXII Congresso della Società degli Storici della Fisica e dell'Astronomia SISFA (Roma, 27-29 settembre 2012).

FLASHBACK

PAGINE DI STORIA

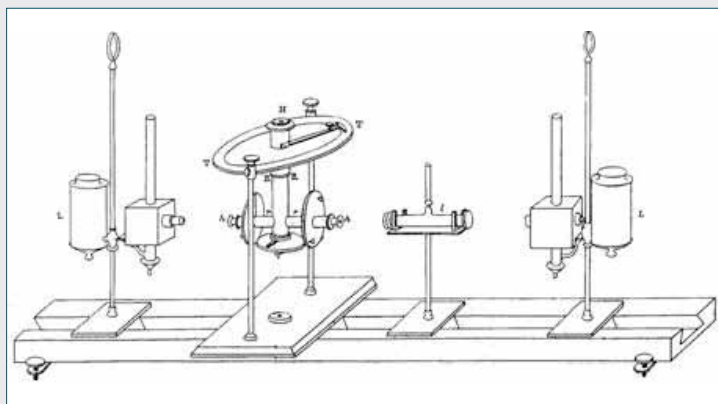


Fig. 2 - Il fotometro a polarizzazione utilizzato da Beer

attraversato per correlare tra loro i dati ottenuti a differenti diluizioni, individuando un fattore di proporzionalità. Poche settimane dopo anche Felix Bernard (1816-1865) giunse a conclusioni analoghe con la *Thèse sur l'absorption de la lumière par les milieux non cristallisés* [11] (Fig. 1), ma il suo nome, spesso trascurato dai libri [12], rimane perlopiù sconosciuto agli utilizzatori. Questo lavoro si propone di estendere l'analisi storica già iniziata [4], approfondendo il contributo di Bernard alla formulazione della legge.

Il contributo di Beer

August Beer (Trier 1825 - Bonn 1863) fu allievo del matematico e fisico Julius Plücker (1801-1861). Nel 1848 pubblicò il suo primo saggio e conseguì il dottorato. Due anni dopo cominciò ad esercitare l'insegnamento all'Università di Bonn in veste di Privatdozenten. Diventò professore di matematica, a tutti gli effetti, nel 1855. L'anno prima aveva pubblicato il trattato di ottica *Einleitung in die höhere Optik* che rimarrà la sua opera più importante e poi una serie di articoli sui *Poggendorff's "Annalen"*. Un'altra sua opera *L'Electrostatik* uscirà postuma, un anno dopo la sua morte. Il contributo sull'assorbimento della luce da parte dei liquidi colorati (*Bestimmung der Absorption der rothen Lichts in farbigen Flüssigkeiten*), che porterà ad associare il suo nome a quello di Lambert nell'omonima legge, venne pubblicato sugli *Annalen* nel 1852, esattamente il 3 giugno [10]. Utilizzando un fotometro a polarizzazione con due prismi di Nicol, due lampade ad olio e un filtro rosso (Fig. 2), Beer effettuò misurazioni di assorbimento della luce rossa su soluzioni a diversa concentrazione di sali di rame, nichel, cromo e ferro. Il fotometro che utilizzò era basato sulla legge di Malus (E.L. Malus, 1775-1812).

Secondo questa legge, quando un raggio di luce polarizzata incide su un analizzatore l'intensità della luce trasmessa è direttamente proporzionale al quadrato del coseno dell'angolo formato dagli assi di trasmissione dell'analizzatore e del polarizzatore. Beer dedicò particolare attenzione al rame. Oltre ad esaminare il cloruro, effettuò confronti in ambiente acido (solforico, acetico) e ammoniacale. Interessante quest'ultimo, anche dal punto di vista chimico, perché oggi si sa che l'intensificarsi del colore è dovuto alla formazione di complessi stabili cupro-ammoniacali.

Gli esperimenti di Beer sono stati ripetuti in tempi a noi più vicini per valutarne la consistenza. I risultati ottenuti ne confermano l'attendibilità ma bisogna aggiungere che, secondo coloro che hanno studiato in profondità il suo contributo [6], non sono seguiti da ragionamenti che giustificano l'attribuzione della legge a lui medesimo. Mancherebbe, in sostanza, una legge dell'assorbimento in cui appare esplicitamente la concentrazione. Egli ragionava soltanto in termini di massa di materiale assorbente e sembra non avesse capito che c'era una relazione funzionale tra assorbanza e concentrazione. Le sue conclusioni ruotano soprattutto intorno al cammino ottico, che non verrebbe trattato come una variabile simmetrica rispetto alla concentrazione. Un passaggio eloquente estratto da [10] e già citato da altri [6] è il seguente: "...si è riempito un tubo lungo un decimetro con una soluzione di solfato di rame ottenuta aggiungendo un volume di soluzione a concentrazione 13,5° [gradi misurati con il fotometro] a nove volumi di acqua; perciò la soluzione ottenuta aveva diluizione 1/9 [concentrazione 10%]. Un altro tubo da due decimetri è stato riempito con una soluzione a diluizione 1/19 [concentrazione 5%]. Quest'ultima conteneva quindi altrettanta soluzione concentrata quanto la prima; le misurazioni alla luce rossa diedero per il tubo corto un angolo α pari a $3^{\circ}28'10''$ e per quello lungo $3^{\circ}23'0''$... da cui risultano valori del coefficiente di assorbimento della soluzione concentrata approssimativamente uguali 0,0065 e 0,0063".

Félix Bernard

La più completa e forse unica fonte a disposizione per ricostruire la biografia di Félix Bernard è il discorso che Etienne Henry Brochon Figlio (1833-?) tenne per commemorarne la scomparsa avvenuta il 23 novembre 1865 [13] (Fig. 3). Il discorso fu pubblicato l'anno seguente sui *Mémoires de la Société des Science Physiques et Naturelles de Bordeaux*, cui apparteneva lo stesso Bernard. Apprendiamo che nacque il 5 febbraio 1816 e che fin dall'età infantile dimostrò un'attitudine particolare per le belle arti e in particolare per la pittura e la musica. Il padre, valente architetto, morì prematuramente e Félix fu costretto ad abbandonare gli studi. Emigrò in Messico con l'intenzione di fondarvi una scuola ma poi preferì dedicarsi al giornalismo e curare gli interessi francesi. I rapporti fra la Francia e il Messico erano difficili e, di lì a poco, ci sarebbe stato il primo intervento milita-

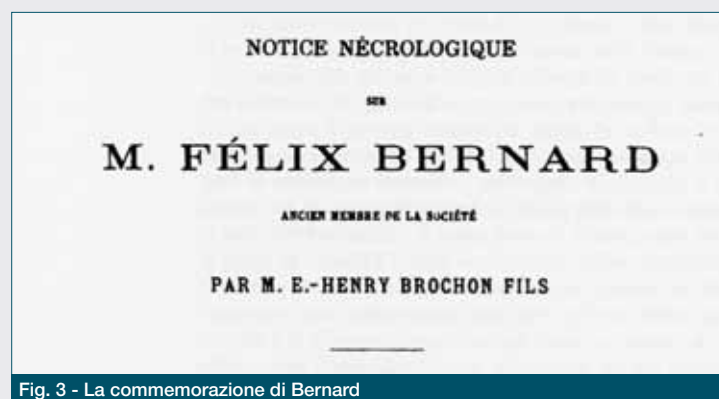


Fig. 3 - La commemorazione di Bernard

re francese dovuto a mancati risarcimenti. Ci fu infatti un blocco navale seguito dalla distruzione della flotta messicana da parte dell'ammiraglio Boudin a Vera-Cruz nel 1838. A quel punto però il Messico dichiarò guerra alla Francia, si mossero gli Stati Uniti e poi intervenne la diplomazia britannica. Il 9 marzo 1839 le forze francesi rientrarono in patria. Anche Bernard, temendo rappresaglie, tornò in patria. Abbandonò la politica e nel 1841 lo ritroviamo alla scuola di Lecoutre de Beauvais intento a riprendere gli studi scientifici. Aveva finalmente trovato la sua strada e, senza rinnegare la passione per la musica e la pittura, si dedicò in pieno alla nuova attività, conseguendo anche i titoli di studio che gli mancavano. Prima il baccellierato, poi la licenza e infine il titolo di dottore in scienze che gli aprirà le porte dell'insegnamento al Liceo di Bordeaux



Fig. 4 - David Brewster (1781-1868)

come professore aggiunto. Ma intanto, grazie alle sue ricerche e pubblicazioni, saliva nella considerazione degli ambienti scientifici e così la Facoltà di Scienze di Clermont gli affidò prima dei corsi (1855) e poi lo chiamò come titolare della cattedra di fisica.

L'Accademia di Clermont-Ferrand lo accolse nelle sue file, mentre la *Société des Science Physiques et Naturelles de Bordeaux*, che fino ad allora lo aveva annoverato fra i suoi membri, lo incluse fra i corrispondenti.

La commemorazione ricorda in particolare la sua partecipazione alla seduta del 27 luglio 1855 nel corso della quale espose in maniera sagace e chiara i risultati delle sue esperienze sullo spettro solare. Di queste e di altre si parlerà nel paragrafo seguente.

L'opera scientifica di Bernard

Prima di discuterne lo specifico contributo alla legge dell'assorbimento può essere interessante fare una panoramica sulla sua opera che, oltre alla citata *Thèse* [11], comprende una serie di altre memorie [14-17] il cui valore fu riconosciuto anche dai contemporanei.

La commemorazione, che cita alcuni giudizi dei contemporanei, lo prova. Essi si riferiscono in particolare al *Mémoire* sulle membrane elastiche. Lo zoologo Henri Milne Edwards (1800-1885), autore dell'*Histoire naturelle des Crustacés* (3 vol., 1837-1841) e delle *Leçons sur la physiologie et l'anatomie comparée de l'homme et des animaux* (1857-1881) in 14 volumi, si esprime assai favorevolmente sui contributi di Bernard.

In un rapporto dedicato alle Società Scientifiche della provincia francese che lesse alla Sorbona nel 1863, ne parlò così: *"Dal 1852, questo fisico ha pubblicato ogni anno delle ricerche di ottica e di acustica ben fatte. Un Mémoire pubblicato con M. Bourge sulla vibrazione delle membrane elastiche è importante sia per la fisiologia che per la fisica e ci permette di comprendere meglio di quanto avevamo già appreso da Savart la funzione degli organi dell'udito"*.

Un altro riconoscimento gli venne da Merget, professore a Lione. Si tratta probabilmente di Antoine-Eugène Merget (1819-1893), che successivamente andò in cattedra di fisica sanitaria, proprio a Bordeaux, dove era nato. Per quanto riguarda in maniera più specifica le ricerche di ottica, Milne Edwards così si esprimeva nel 1864: *"M. Félix Bernard ha fatto numerose e utili esperienze di ottica. Ha fornito nuove prove a sostegno della teoria di Newton, riguardo la composizione dei colori e ha rifiutato le obiezioni che uno dei più famosi fisici scozzesi, M. Brewster, aveva creduto di muovere a tale teoria. Infine egli ha confrontato accuratamente le lunghezze d'onda delle diverse tinte con quelle del raggio di luce che i fisici chiamano D, controllando in tal modo i risultati di Fraunhofer"*.

Il contrasto con il celebre fisico scozzese David Brewster (1781-1868) (Fig. 4) cui accenna lo zoologo Edwards, nonché il sostegno a Newton, è ricordato anche oggi dagli storici della fisica [18, 19] ben più che il contributo alla legge dell'assorbimento. Di Brewster si parlerà più oltre.

A conclusione di questa breve panoramica bisogna aggiungere che l'autore della commemorazione elogiò anche l'abilità tecnica di Bernard. Questa, peraltro, traspare tuttora dalla lettura dei suoi lavori che denotano una particolare cura per i dettagli sperimentali.

Bernard e la legge dell'assorbimento

Bernard si occupò dell'argomento nella sua *Thèse sur l'absorption de la lumière par les milieux non cristallisés* presentata alla Facoltà di Scienze di Bordeaux e pubblicata sulle *Annales de Chimie et de Physique* nell'agosto del 1852 [11]. Si compone di tre parti che trattano rispettivamente:

1. La trasmissione della luce attraverso sostanze non cristalline;
2. Le modifiche che subisce lo spettro per opera dei mezzi assorbenti;
3. La misura dell'assorbimento.

La prima si può considerare una breve introduzione alle successive. Da essa emerge subito il suo contrasto con David Brewster a proposito dell'applicazione della teoria ondulatoria alla spiegazione dell'assorbimento. Brewster sosteneva che alcuni fenomeni dell'assorbimento la contraddicevano mentre Erman e De Wrede la pensavano diversamente. Erano due voci autorevoli in quanto M.A. Erman fu tra i primi ad avanzare (1844) un'ipotesi interpretativa delle righe di Fraunhofer con la memoria *"Sur la loi de l'absorption de la lumière par les vapeurs de l'iode et du brome"* pubblicata nel 1844 sui *Comptes rendus des Séances de l'Académie des Sciences de l'Institut de France*, mentre del barone Fabian Von Wrede è il *Memoir on the Absorption of Light* (1837). Bernard afferma di avere ripetuto gli esperimenti di Brewster, di averne analizzato i risultati e tratto le

FLASHBACK

PAGINE DI STORIA

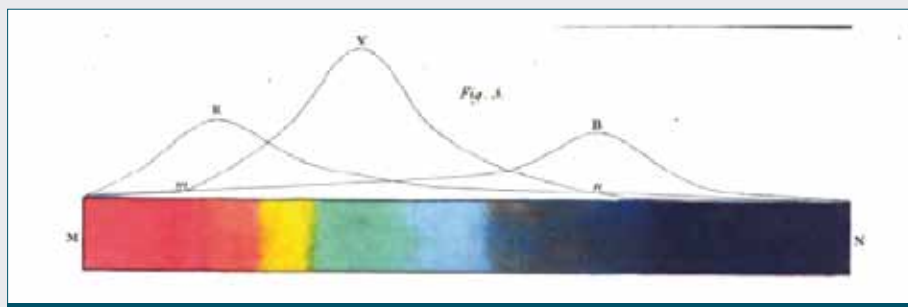


Fig. 5 - I colori secondo Brewster

conseguenze, concludendo che erano in totale contrasto con quelle che Brewster aveva utilizzato per la sua teoria della dispersione.

All'introduzione segue una parte, composta di una trentina di pagine, in cui viene richiamata innanzitutto la disposizione delle righe nello spettro solare e la comparazione di Brewster fra le righe di Wollaston e di Fraunhofer. Si ricorda poi che secondo Brewster lo spettro solare ne comprendeva tre di uguale estensione: il rosso, il giallo e il blu (Fig. 5). Tutti i colori, secondo Brewster, derivavano da una combinazione di questi tre. Brewster espose la sua teoria nel discorso *On a new analysis of solar light, indicating three primary colours, forming coincident spectra of equal length*, letto il 21 marzo 1831 alla Royal Society di Edimburgo e pubblicato tre anni dopo [20]. La teoria non convinceva il fisico e astronomo di origine tedesca Friedrich Wilhelm Herschel (1738-1822) e Brewster gli rispose riferendo i dettagli dei suoi esperimenti su *The Edinburgh Journal of Science*. Bernard riprende tutto ciò ma, alla fine, critica il punto di partenza. Brewster, sorprendentemente, prima ancora di cominciare gli esperimenti, s'immaginava che ovunque l'occhio si aspettasse che un colore dello spettro derivasse dalla combinazione di altri due, ciò si verificasse realmente. Così, ad esempio, era evidente per il verde, colore che si poteva considerare derivato da giallo e blu.

A questo punto Bernard si era convinto che fosse inutile addentrarsi in una discussione teorica. Le stesse riserve le aveva l'abate Moigno (1804-1884), gesuita e fisico, allievo di Cauchy. La conseguenza immediata della teoria di Brewster era, secondo Bernard, l'eliminazione di qualsiasi collegamento fra colore e rifrangibilità, per questo decise di eseguire una serie di esperienze per confermarla o smentirla. Le descrive in dettaglio, con i relativi risultati, che lo portano alle seguenti conclusioni:

1. l'intensità della luce influisce a tal punto sulla sensazione di colore che può non solo modificare lo spettro nel suo insieme, ma anche far sì che alcune tinte possano sparire del tutto;
2. l'assorbimento prodotto per azione dei mezzi esaminati (vetri o soluzioni colorate) non influisce né sull'intensità, né sulla natura delle tinte.

Tutto ciò lo portò a rifiutare la teoria di Brewster, come peraltro avevano già fatto George Biddell Airy (1801-1892), John William Draper (1811-1882) e Macedonio Melloni (1798-1854). A proposito della rifrangibilità aggiungeva: "a ogni raggio di data rifrangibilità e con una data intensità, corrisponde un colore in grado di riprodursi in maniera

identica a parità di condizioni".

Nell'ultima parte della *Thèse*, la più interessante ai fini di questo lavoro, Bernard si richiama innanzitutto alla legge dell'assorbimento di Bouguer e poi precisa la sua terminologia. "...chiamiamo con ϵ il coefficiente di assorbimento, con e lo spessore del mezzo; l'intensità della luce omogenea trasmessa attraverso i corpi, a prescindere dalle riflessioni sulla superficie di incidenza e su quella di uscita sarà espressa da $(1-\epsilon)^e$, assumendo unitaria la quantità

di luce incidente sul primo strato, oppure come a^e dove a è il coefficiente di trasmissione". Passa poi a spiegare le conseguenze dell'assorbimento della luce non "omogenea" in funzione dello spessore e quindi i colori verdi e blu dell'acqua di mare.

Ne illustra i motivi e, successivamente, descrive lo strumento impiegato per le misure di assorbimento, ossia il fotometro a polarizzazione (Fig. 6). Seguono le procedure operative e le avvertenze per ottenere la massima precisione nel valore dell'azimut. Per quanto riguarda lo strumento, ne parlò successivamente anche sui *Comptes Rendus* [17] spiegando che la sua costruzione fu opera dell'abile "artist" Duboscq, ovvero, con ogni probabilità, di Louis Jules Duboscq (1817-1886), inventore e fabbricante di strumenti scientifici e dell'omonimo colorimetro. Per isolare le bande di lunghezza d'onda che gli servivano, Bernard ricorreva a soluzioni colorate trasparenti a determinate

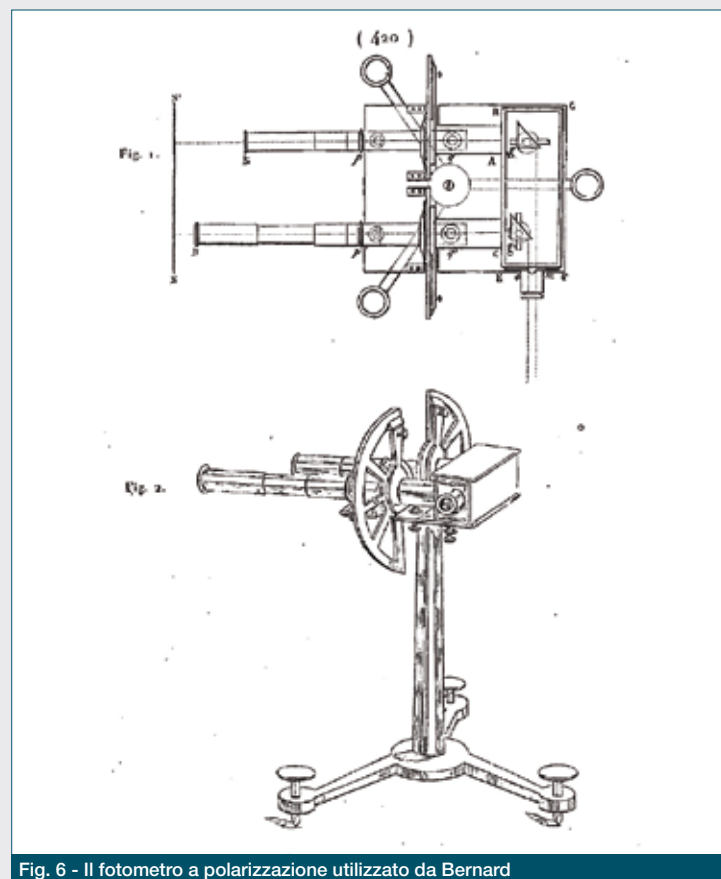


Fig. 6 - Il fotometro a polarizzazione utilizzato da Bernard

zone dello spettro. Così, per isolare il giallo ricorreva a una soluzione di bicromato di potassio e solfato di nichel, accoppiata a un vetro blu. Il bicromato estingueva il verde, il blu e il violetto, mentre il solfato di nichel estingueva il rosso estremo.

Il vetro blu completava l'operazione estinguendo l'arancione.

Poi misurò l'assorbimento di spessori crescenti di vetro tipo *crown* e soluzioni acquose di diversi sali, come cromato di potassio e solfato di rame ammoniacale, verificando prima la costanza degli angoli azimutali: "Ho verificato questa condizione su pezzi di *crown* della stessa origine, con spessori crescenti da 2 a 6 centimetri; quello più sottile aveva uno spessore di circa 1/3 di millimetro. Ho operato allo stesso modo su un gran numero di soluzioni colorate e soluzioni saline, facendo variare ora gli spessori, ora semplicemente il titolo delle soluzioni e mantenendo costanti gli spessori: in ciascuna serie di osservazioni, gli angoli azimutali restavano invariati".

In Fig. 7 sono riportati i dati che ottenne. Il discorso resta poi in sospeso e il ragionamento che lo precede (un po' confuso) non aiuta il lettore a farsi un'idea precisa sulle conclusioni che Bernard ne ricava, eccetto la costanza del valore di a .

A questo punto, per giungere a una conclusione, si può ragionevolmente affermare che né Beer, né Bernard erano giunti a formulare la legge di assorbimento della radiazione elettromagnetica nella forma odierna. Entrambi però avevano contribuito al suo sviluppo in maniera decisiva. Bernard aveva presentato, forse, meno dati sperimentali di quelli che aveva ottenuto e sembra quasi che avesse sottovalutato l'importanza di questo gruppo di esperimenti e fosse più impegnato a smentire Brewster.

Anche la forma della sua esposizione come tesi di laurea (seppur pubblicata), confrontata con quella di Beer (articolo scientifico) gli ha nuociuto in termini di concisione e immediatezza del messaggio. Anche oggi, estrarre dalla *Thèse* ciò che interessa di più ai fini della valutazione è un'impresa che richiede una buona dose d'impegno

e di pazienza. Il breve lasso di tempo (da giugno ad agosto 1852) che intercorse fra la pubblicazione dei loro contributi ha fatto il resto, senza dimenticare che, probabilmente, Beer poteva contare su un prestigio e una fama che l'allora professore di liceo Bernard sicuramente non aveva.

Oggi che siamo più informati, sarebbe bene non trascurare il contributo del Francese, ricordando che l'estensione della legge dell'assorbimento alle soluzioni fu opera anche sua e che il progresso della scienza non è una corsa verso il filo di lana.

PREMIÈRE MÉTHODE.						
	qualité des rayons.	α .	β .	γ .	VALEUR DE a .	MOYEN. DÉV.
Crown indice de réfraction, 1,514.	Rouge.....	61. 0	59. 0	54. 15	0,9677	0,9685
	Vert 2 ^e esp.....	65. 0	63. 0	60. 45	0,9637	0,9647
Dissolut. de chromate de potasse renfermant 0,0012 de sel par centimètre cube.	Rouge.....	61. 0	59. 15	54. 30	0,9639	0,9647
	Jaune.....	63. 45	61. 10	59. 0	0,9614	0,9622
Dissolution de sulfate de cuivre ammoniacal renfermant 0,0005 de sel par centimètre cube.	Orange.....	54. 25	54. 15	47. 0	0,5478	0,5474
	Jaune.....	57. 0	56. 0	48. 30	0,5339	0,5372
	Violet.....	57. 0	55. 0	53. 0	0,5366	0,5363

DEUXIÈME MÉTHODE.				
	QUALITÉ des rayons.	VALEUR DE a déduite de 5 mm d'épaisseur et de 2 mm. p. m. m.	VALEUR DÉDUITE de a .	MOYENNES.
Crown indice de réfraction, 1,514.	Rouge.....	0,9698	0,9685	0,9688
	Vert 2 ^e esp.....	0,9678	0,9677	0,9678
Dissolut. de chromate de potasse, titre précédent.	Rouge.....	0,9655	0,9651	0,9653
	Jaune.....	0,9584	0,9599	0,9592
Dissolution de sulfate de cuivre ammoniacal, titre précédent.	Orange.....	0,5474	0,5425	0,5450
	Jaune.....	0,5444	0,5371	0,5408
	Violet.....	0,5391	0,5363	0,5378

Fig. 7 - Tabella dei risultati dalla tesi da Bernard

Bibliografia

- [1] S.M. Stigler, *Trans. New York Acad. Sci.*, 1980, **39**(1), 147.
- [2] K. Laqua, W.H. Melhuish, M. Zander, *Pure Appl. Chem.*, 1998, **60**, 1449.
- [3] S.E. Braslavsky, *Pure Appl. Chem.*, 2007, **79**(3), 293.
- [4] M. Taddia, *Chimica e Industria*, 2008, **90**(9), 166.
- [5] F. Perrin, *J. Opt. Soc. of America*, 1948, **38**, 72.
- [6] H.G. Pfeiffer, H.A. Liebhafsky, *J. Chem. Ed.*, 1951, **28**, 123.
- [7] D.R. Malinin, J.H. Yoe, *J. Chem. Ed.*, 1961, **38**, 129.
- [8] I.H. Lambert, *Photometria sive mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae*, Christopor Petri Detleiffsen, 1760.
- [9] P. Bouguer, *Essai d'optique sur la gradation de la lumière*, Jombert, Paris, 1729, Ristampa Gauthier-Villars, Paris, 1921.
- [10] A. Beer, *Ann. Phys. Chem. (Poggendorff)*, 1852, **86**, 78.
- [11] F. Bernard, *Ann. Chim. Phys.*, 3e série, 1852, **35**, 385.
- [12] Johnston SF (2001) A History of Light and Colour Measurement.

- IoP (Institute of Physics) Pub., Bristol.
- [13] E.H. Brochon fils, *Mém. Soc. Sci. Phys. Natur. Bordeaux*, 1866, **4**(1er Cahier), 15.
- [14] F. Bernard, *Comptes Rendus Séances Acad. Sci. Paris*, 1853, **36**, 728.
- [15] F. Bernard, J. Bourget, *Comptes Rendus Séances Acad. Sci. Paris*, 1860, **51**, 322.
- [16] F. Bernard, *Rév. Soc. Savantes*, 1864, **6**, 2.
- [17] F. Bernard, *Comptes Rendus Séances Acad. Sci. Paris*, 1856, **43**, 982.
- [18] R.L. Kremer, *Innovation through synthesis: Helmholtz and color research*, in D. Cahan (Ed.), Hermann von Helmholtz and the Foundations of Nineteenth Century Science. University of California Press, Berkeley, 1993, p. 205.
- [19] F.A.J.L. James, *Hist. Sci.*, 1983, **21**, 335.
- [20] D. Brewster, *Trans. Royal Soc. Edinburgh*, 1834, **12**, 123.