

# FLASHBACK RIVISITANDO



SCI task force ESPERA:  
Etica e Scienza per l'Ambiente  
Salvatore Mazzullo  
turi.mazzullo@libero.it



## QUATTROCENTO ANNI DI OSSERVAZIONI DELLE MACCHIE SOLARI INTERPRETATI DA UN MODELLO MATEMATICO

*Sin dall'iniziale scoperta delle macchie solari, nel 1600, l'interpretazione della variazione di ampiezza e di durata dei cicli delle macchie solari ha suscitato un vivace dibattito fra gli studiosi ed è, tuttora, un problema secolare aperto. In questo lavoro, presentiamo un modello fenomenologico capace di descrivere i 400 anni di osservazioni alla luce del fenomeno del "battimento musicale" di due grandezze periodiche sinusoidali. Il modello riproduce il minimo moderno di attività solare (1880-1910), il minimo di Dalton (1790-1820), il grande minimo di Maunder (1645-1715) e, per quanto attiene al passato, il minimo di Spoerer (1460-1550), il minimo di Wolf (1280-1350) e il minimo di Oort (1040-1080), oltre ad altri minimi non classificati.*

### Le macchie solari nei secoli

Lo studio del Sole rivela una quantità di fenomeni variabili e discontinui, classificati cumulativamente come attività solare, secondo la definizione dell'Enciclopedia Feltrinelli Fischer, [1], dalla quale vengono estratti gli elementi descrittivi di seguito esposti.

L'osservazione sistematica di tali fenomeni costituisce lo scopo principale di un'organizzazione mondiale di sorveglianza che copre l'intero globo terrestre, tale da consentire un'osservazione continua del Sole. Il fenomeno più appariscente è costituito dalle macchie solari, già note a Galileo sin dal 1610. Per indicare la frequenza di apparizione delle

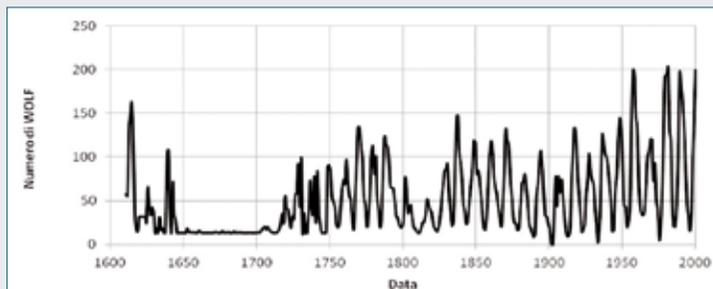


Fig. 1 - Ricostruzione dell'occorrenza mensile del numero di macchie solari (numero di Wolf) dal 1610. Rielaborazione dei dati di Lean [3]

Tab.1 Ricostruzione qualitativa dei minimi di attività solare a partire dall'anno 1000 d.C.

Denominazione	Min. di Oort	Min. di Wolf	Min. di Sporer	Min. Maunder	Min. di Dalton
Anni d.C.	1040 ÷ 1080	1280 ÷ 1350	1460 ÷ 1550	1645 ÷ 1715	1790 ÷ 1820

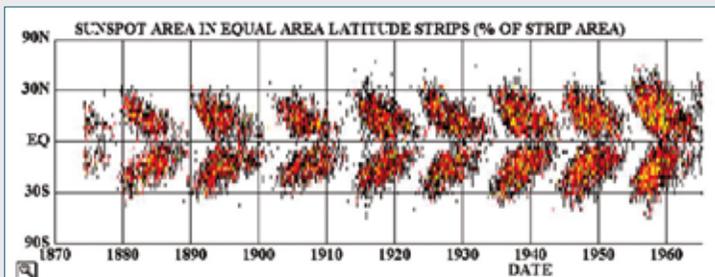


Fig. 2 - Diagramma latitudine/tempo di comparsa delle macchie solari, detto anche "diagramma a farfalla di Maunder"

macchie si usa il numero relativo di Wolf:  $r = 10g + m$ , dove  $g$  è il numero dei gruppi di macchie ed  $m$  è il numero complessivo delle macchie (Fig. 1). I dati forniti dai diversi osservatori vengono tradotti nei numeri relativi di Zurigo, la città che da molto tempo costituisce il centro per la sorveglianza delle macchie solari [2].

Il numero delle macchie oscilla da giorno a giorno, in maniera irregolare, mentre la media mensile disponibile dal 1749 rivela chiaramente un periodo medio di 11 anni, con un intervallo di durata tra i singoli massimi che varia da 7 a 17 anni. Anche l'ampiezza dei massimi può assumere valori assai diversi, come si può notare dalla Fig. 1. È opinione condivisa da vari autori [3, 4] che ci sia una correlazione diretta fra periodi climaticamente freddi sulla Terra e minimi di attività solare. Sulla base dei dati quantitativi, dal 1760 a oggi e su estrapolazioni qualitative di carattere storico, per il periodo precedente, si può costruire la Tab. 1 relativamente ai minimi dell'attività solare.

Dal 1760 si è cominciato a numerare i periodi di massima attività, per cui oggi (2013) ci troviamo nel 24° ciclo. Le macchie solari compaiono esclusivamente in due zone del disco solare: all'inizio di ogni ciclo hanno alta latitudine eliografica, a circa 35° nord e sud. Nel corso del ciclo, il focolaio di origine delle macchie si sposta sempre più verso l'equatore; nel periodo di massima attività le macchie vengono a trovarsi a +/-15° di latitudine e verso la fine del ciclo a +/-8°. Contemporaneamente, alle alte latitudini compaiono già le prime macchie di un nuovo ciclo: i singoli cicli si sovrappongono, quindi, in media per un periodo di due anni. La durata media delle macchie è solo di alcuni giorni e la maggior parte di esse non superano i pochi secondi d'arco di diametro e scompaiono assai rapidamente. Mentre i focolai delle macchie si spostano verso l'equatore, le singole macchie si spostano verso i poli: per quelle di più lunga durata si osservano spostamenti di circa 5°. La Fig. 2 rappresenta il diagramma latitudine/tempo di comparsa delle macchie solari, detto anche "diagramma a farfalla di Maunder".

Di straordinario interesse sono i grandi gruppi di macchie, anche perché compaiono assai raramente. Essi possono essere osservati per più mesi. Alcune macchie, tra le più grandi, raggiungono un diametro di alcune centinaia di migliaia di chilometri, di molto superiori, quindi, al diametro della Terra e sono talvolta visibili a occhio nudo!

Tutte le macchie solari rivelano campi magnetici la cui intensità può raggiungere i 4000 Gauss: il punto di massima intensità si trova al centro della macchia e le linee di forza hanno un andamento verticale, verso l'alto. L'orientamento magnetico di polo nord o polo sud durante un intero ciclo rimane inalterato, Fig. 3, e tra la parte nord e la parte sud del Sole si ha un'esatta simmetria.

Nel ciclo successivo si ha un'inversione di tutte le polarità magnetiche presenti sulla superficie solare, cosicché un ciclo completo comprende propriamente 22 anni (Ciclo di Hale).

La temperatura al centro delle macchie è di circa 4600 °C quindi circa 1000 °C in meno delle regioni non perturbate della fotosfera.

A tutt'oggi non si possiedono teorie soddisfacenti del fenomeno delle macchie, per quanto attiene alla loro origine, al loro campo magnetico, alla causa del loro raffreddamento e alla durata del ciclo.

## Modello fenomenologico delle macchie solari

Due distinti modelli matematici, oggetto del presente lavoro, sono stati utilizzati per schematizzare la complessa fenomenologia delle macchie solari: un modello di nucleazione, crescita ed estinzione delle macchie e un modello di perturbazione dei campi elettromagnetici della fotosfera. Il primo descrive ciascun singolo ciclo di macchie solari, mentre il secondo costituisce un'originale interpretazione matematica dei quattrocento anni di osservazioni delle macchie solari, disponibili a partire dal 1610. I due modelli sono auto consistenti, ma il primo, pur non essendo strettamente necessario alla comprensione del secondo, gli dà luce e ne riceve luce.



Fig. 3 - L'immagine ottenuta dalla sonda SOHO della Nasa evidenzia il magnetismo solare e la polarità delle macchie. Le zone bianche sono di polarità nord e quelle nere di polarità sud. Il cambio del ciclo è contrassegnato dal cambiamento della polarità magnetica delle macchie

# FLASHBACK RIVISITANDO

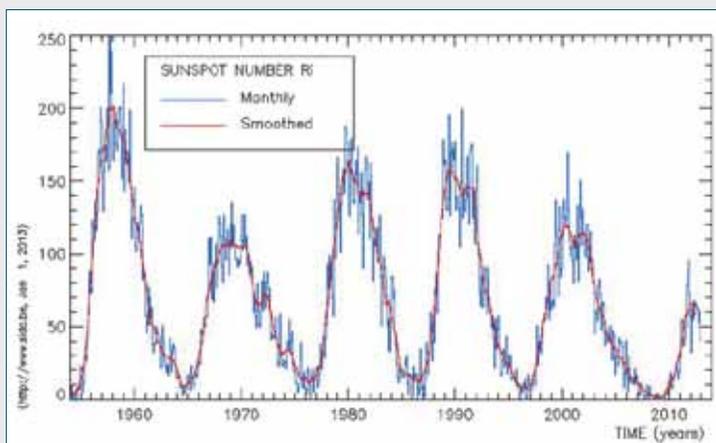


Fig. 4 - Occorrenza mensile del numero di macchie solari per i cicli 19, 1958; 20, 1969; 21, 1980; 22, 1989; 23, 2000 (fonte: www.sidc.be)

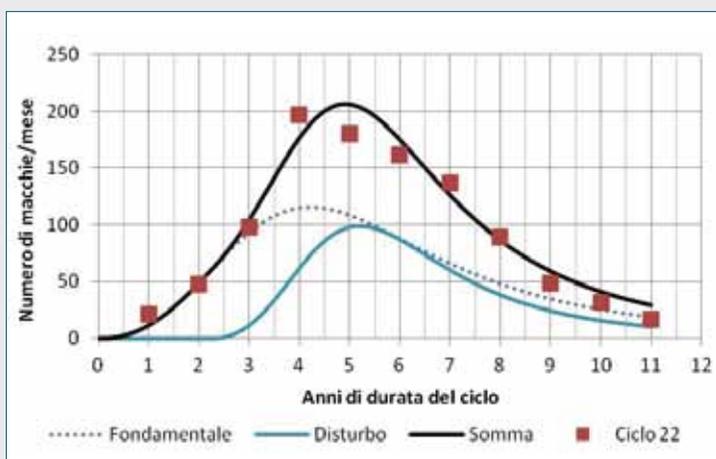


Fig. 5 - Ricostruzione del ciclo 22 (1986-1996) di macchie solari come somma di una cinetica di Tobin fondamentale e una di disturbo

## Modello di nucleazione, crescita ed estinzione delle macchie solari

La fenomenologia della macchie solari può essere utilmente descritta con un linguaggio e un approccio analoghi ai ben noti processi di cristallizzazione dallo stato fuso dei materiali terrestri. Le macchie appaiono (nucleazione), si sviluppano (crescita) e successivamente scompaiono (estinzione). I fenomeni di nucleazione e crescita sono generalmente indotti da un sottoraffreddamento della massa coinvolta, producono un aumento di ordine nella porzione di spazio in cui avvengono e comportano il rilascio del calore latente del processo di ordinamento. È già stato osservato che alcune macchie, tra le più grandi, raggiungono il diametro di alcune centinaia di migliaia di chilometri, cioè un diametro di molto superiore a quello della Terra; si può intuire, quindi, l'imponenza del rilascio del calore latente associato alla formazione delle macchie! I fenomeni di estinzione sono invece legati al processo opposto di distruzione dell'ordine appena raggiunto, causati dalla penetrazione del fronte di alta temperatura circostante all'interno della macchia stessa.

In analogia con i consueti processi elettrodinamici osservati sulla Terra, riguardanti l'interazione fra campi magnetici, corrente elettrica e

campi di forze meccaniche, il processo di nucleazione/crescita può essere indotto da un campo meccanico di sforzi cui sono sottoposte le isole di instabilità di moto dovute alla differente velocità di rotazione del Sole su sé stesso ai poli e all'equatore. Ambienti elettromagnetici confinati sottoposti a un campo meccanico di dilatazione si comportano come un sistema adiabatico e la dilatazione avviene a spese di un sottoraffreddamento. Quando la corrente elettrica inverte il suo verso anche il campo magnetico inverte la sua polarità. L'inversione della corrente è periodica con periodo di circa 22 anni. Il campo di forze non solo può indurre il processo di nucleazione/crescita ma anche causare lo spostamento delle macchie verso l'equatore della fotosfera solare, per effetto dell'accelerazione di Coriolis.

La fenomenologia appena descritta dà ragione dell'osservazione sperimentale che le macchie sono, generalmente, più fredde, di circa 1000 °C, rispetto alla circostante fotosfera. Non solo, ma anche del fatto che all'aumento del numero di macchie è associato un aumento della costante solare, presumibilmente dovuto al rilascio in atmosfera del calore latente di nucleazione/crescita. Questo fatto è altresì coerente con la congettura che in periodi di persistente minimo di attività solare ci sia sulla Terra un peggioramento climatico, causato dal valore minimo assunto dalla costante solare.

Il ciclo delle macchie e la periodicità dei fenomeni termici e magnetici ad essi associata viene così ricondotto, da questo schematico modello fenomenologico, alla sola corrente elettrica che percorre la fotosfera solare.

I tipici dati sperimentali disponibili attualmente sono rappresentati in Fig. 4. È appena il caso di sottolineare che l'affidabilità di questi dati decresce man mano che ci si sposta indietro nel tempo.

Tipicamente, l'occorrenza mensile di macchie solari cresce piuttosto lentamente a inizio ciclo, con derivata all'origine nulla, raggiunge il massimo in maniera bimodale o unimodale, quindi decresce per riportarsi a zero in maniera asimmetrica: il tempo necessario per ritornare a zero è circa doppio del tempo necessario per raggiungere il massimo. Questo andamento è caratteristico di tutti i processi di nucleazione/crescita e si presta a essere descritto, per esempio, mediante la classica equazione cinetica di cambiamento di fase di Tobin [4], come me-

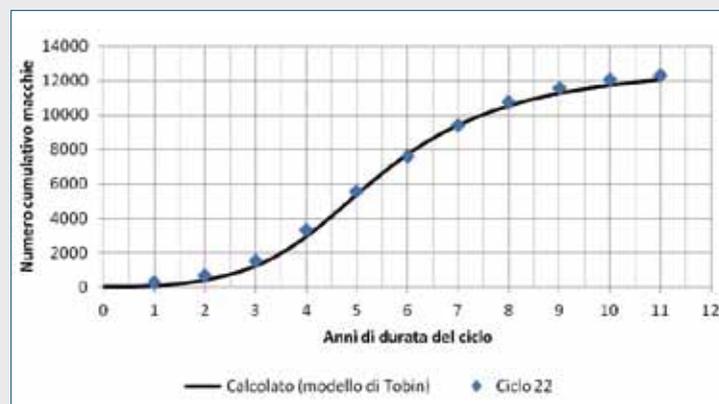


Fig. 6 - Ricostruzione del ciclo 22 (1986-1996) di macchie solari: curva cumulativa del numero di macchie dell'intero ciclo

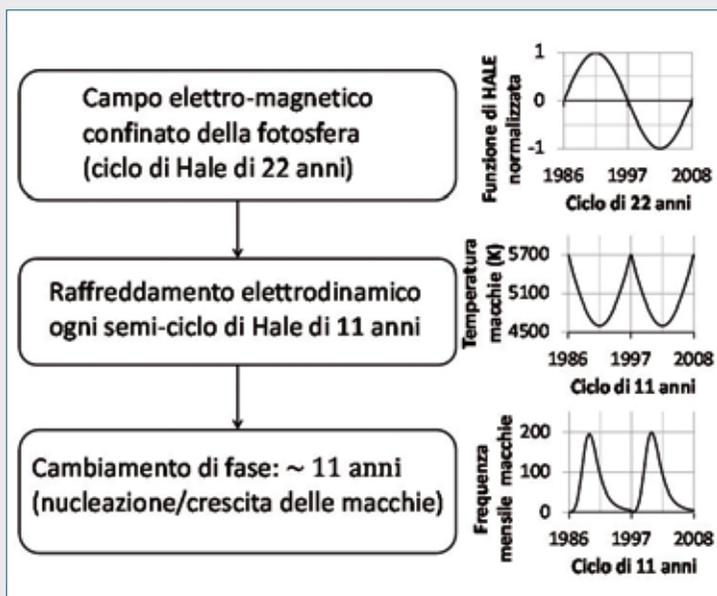


Fig. 7 - Sequenza schematica del modello di nucleazione/crescita delle macchie solari

glio precisato in appendice A1. A titolo di esempio, in Fig. 5 si mostra la ricostruzione del ciclo 22 come somma di due cinetiche di Tobin in successione temporale.

Il numero totale di macchie del ciclo si ottiene integrando l'equazione cinetica. Il suo andamento, in funzione del tempo di durata del ciclo è rappresentato dalla Fig. 6, mentre i relativi parametri cinetici sono raccolti in Appendice, Tab. A3.

Analogamente possono essere rappresentate le cinetiche degli altri cicli di macchie solari, tuttavia, prima di questo passo è necessario affrontare e risolvere il problema di assegnare un'adeguata e condivisa linea di base per i dati sperimentali. Ci basta sottolineare a questa fase dell'analisi, che le macchie solari costituiscono un fenomeno accessibile all'osservazione sperimentale del Sole.

Tale fenomeno è stato interpretato, attraverso un opportuno modello matematico, il quale, a sua volta, costituisce un mezzo per descrivere altri fenomeni della fotosfera non completamente accessibili alla sperimentazione diretta.

La sequenza logica interpretativa del fenomeno delle macchie solari è schematizzata nella Fig. 7 che evidenzia ciò che accade in alcune aree confinate della fotosfera poste entro la latitudine eliografica di circa 35° nord e sud.

In prima istanza, il ciclo elettromagnetico di Hale di 22 anni è responsabile della ciclicità delle macchie solari con un periodo medio di 11 anni. Tuttavia, in seconda istanza, la Fig. 7 evidenzia un legame più intrigante, mediato dal fenomeno del raffreddamento elettrodinamico delle aree in cui appaiono le macchie: l'intensità del sottoraffreddamento determina il valore della costante cinetica di cambiamento di fase  $k(T)$  e quest'ultima è realmente responsabile della forma e della durata di ogni ciclo di macchie.

Notiamo, infine, che ciascun ciclo può essere il risultato di due o più distinti processi cinetici, i quali appaiono in successione temporale e insieme concorrono a generare il ciclo in esame.

### Modello di perturbazione dei campi elettromagnetici della fotosfera

La sintesi generata dal modello fenomenologico di cambiamento di fase, comporta una notevole economia di pensiero non solo ma permette di effettuare un secondo, cruciale, passo modellistico, il quale permette di interpretare gli aspetti quantitativi di durata e variazione di ampiezza dei cicli delle macchie solari alla luce del fenomeno del "battimento musicale" di due grandezze periodiche sinusoidali. Con questo termine si intende la sovrapposizione di due funzioni sinusoidali aventi frequenza di oscillazione lievemente differente fra loro; il fenomeno risultante ha ancora carattere oscillatorio con frequenza pari al valor medio delle due componenti ma modulato in ampiezza tanto più lentamente quanto più vicine sono le frequenze componenti.

Per fissare le idee, prendiamo in considerazione una coppia di correnti elettriche che attraversano la fotosfera e che differiscono lievemente nella frequenza, come schematizzato in Fig. 8. La piccola differenza fra le due frequenze fa sì che le due correnti non siano mai esattamente in fase o in opposizione di fase e che lo sfasamento vari continuamente nel tempo: in particolare, ci sarà un solo istante nel quale le due correnti sono in fase (in tal caso, l'effetto risultante è la somma delle singole intensità), e un solo istante nel quale si realizza l'opposizione di fase, nel qual caso c'è la sottrazione delle intensità,

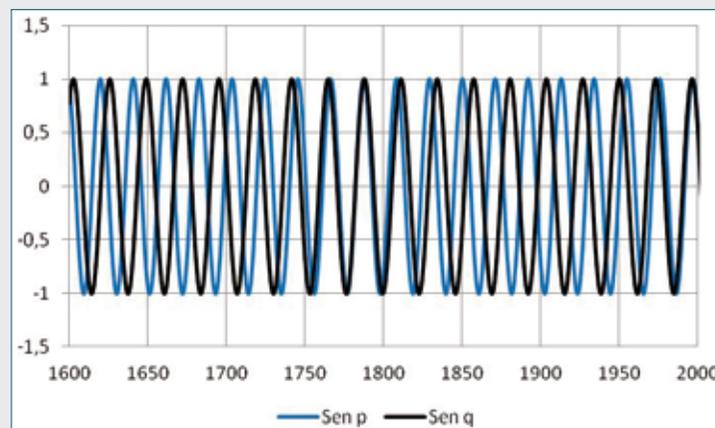


Fig. 8 - Due funzioni sinusoidali lievemente differenti nella pulsazione, rappresentate in funzione del tempo

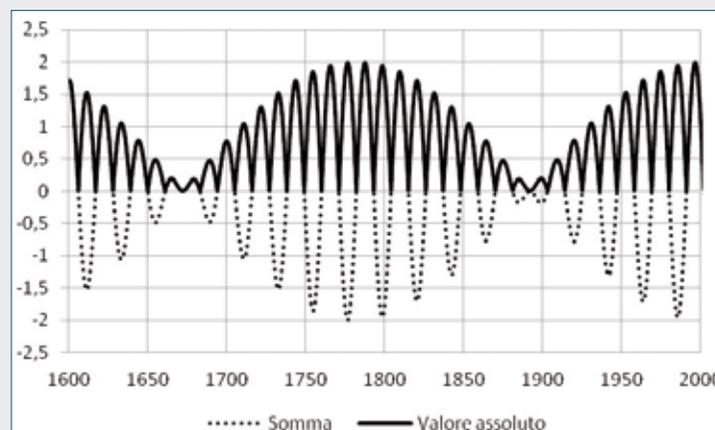


Fig. 9 - Somma delle due funzioni di Fig. 8 e valore assoluto della stessa

# FLASHBACK RIVISITANDO

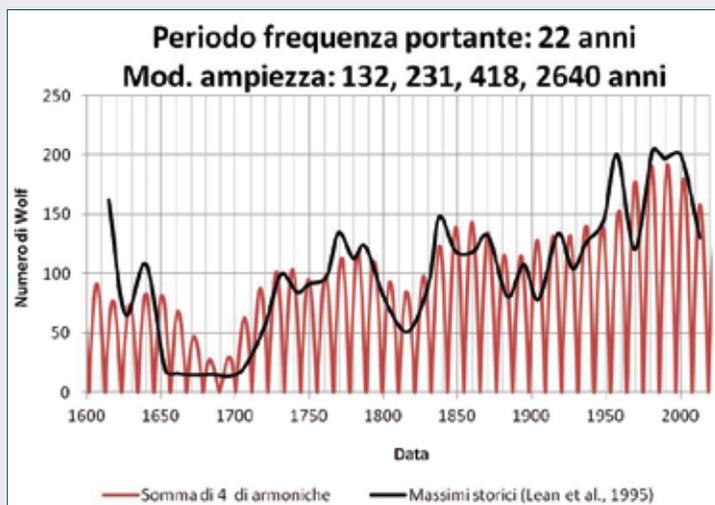


Fig. 10 - Ricostruzione di 400 anni di osservazioni delle macchie solari (linea rossa), a confronto con il profilo dei massimi storici (linea nera). Sono ben evidenti il minimo di Maunder (1690 d.C.), il minimo di Dalton (1804 d.C.) e il minimo moderno (1890 d.C.)

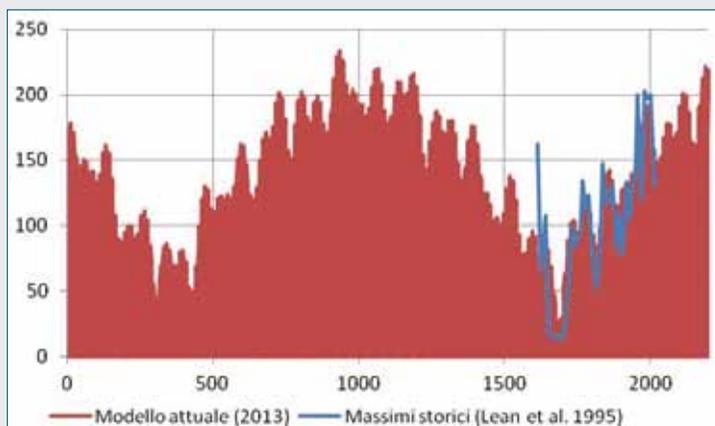


Fig. 11 - Occorrenza mensile del numero di macchie (numero di Wolf) simulata dal modello dall'inizio dell'era cristiana al 2200 d.C., a confronto con i valori massimi storici (Lean et al., 1995-2000)

sino all'annullamento, come si può notare dalla Fig. 9. Si noti che il valore assoluto della funzione somma si ottiene ribaltando la parte negativa della funzione sull'asse positivo delle ordinate (Fig. 9), ottenendosi così una funzione sempre positiva con periodo pari alla metà di quella originaria. Si intuisce come, con opportune combinazioni di simili funzioni, si possa ottenere una buona rappresentazione della complicata sequenza storica dei numeri di Wolf, che descrivono i cicli delle macchie solari.

Una preliminare identificazione di questa combinazione di funzioni approssimanti ha dato luogo alla rappresentazione della sequenza storica dei numeri di Wolf di Fig. 10, come somma di quattro funzioni approssimanti sinusoidali, tutte di periodo  $T_1 = 22$  anni ma modulate in ampiezza con periodo  $T_2 = 132, 231, 418$  e 2640 anni.

L'aspetto affascinante di questa ricostruzione sta nel fatto che mediante poche coppie di fenomeni periodici di intensità costante sia stato possibile riprodurre l'apparente caoticità di modulazione di ampiezza delle macchie solari, in quattrocento anni di osservazioni solari.

## Uno sguardo al passato e al futuro

La bontà di un modello, non sta solo nella capacità di rappresentare adeguatamente i dati sperimentali disponibili ma anche e soprattutto nella capacità di previsione che esso possiede, o direttamente o come dato di ingresso di modelli paleoclimatici [10].

Nel nostro caso c'è una doppia possibilità di utilizzo diretto del modello: estrapolare all'indietro, nel tempo, per accertare la congruenza con i grandi eventi del passato di cui si ha memoria e l'altra, più ordinaria, di estrapolare in avanti nel tempo, verso il futuro, per congetturare quale potrebbe essere lo scenario che si prospetta davanti a noi. Entrambe le cose possono essere ottenute, molto semplicemente, estendendo la scala dei tempi, nel calcolo del modello matematico che approssima il numero di Wolf, come si può osservare dalla Fig. 11 calcolata per l'intervallo di tempo dall'inizio dell'era cristiana al 2200 d.C.

Sono ben evidenti, da sinistra a destra, il minimo moderno (1880-1910), il minimo di Dalton (1790-1820), il grande minimo di Maunder (1645-1715) e, per quanto attiene al passato, il minimo di Spoerer (1460-1550), il minimo di Wolf (1280-1350) e il minimo di Oort (1040-1080), oltre ad altri minimi non classificati. Fra tutti, attirano l'attenzione i due grandi minimi fra il 300 e il 400 d.C., paragonabili, per intensità, al grande minimo di Maunder. In quell'epoca, le avverse condizioni climatiche sono state causa dell'inizio repentino delle migrazioni degli Unni verso occidente, culminate con l'invasione dell'Europa nel 372 d.C. e il successivo saccheggio di Roma nel 410 d.C. da parte di Alarico, capo dei Visigoti, [5].

Questo riscontro storico supporta e conferma la congettura che ai minimi di attività solare siano associati peggioramenti climatici. Ma vale anche il viceversa: ai massimi di attività solare sono associati miglioramenti climatici.

L'analisi storiografica conferma l'assunto: durante l'epoca carolingia la popolazione europea era assai scarsa e rimase pressoché stazionaria sino all'inizio del secolo XI, quando la popolazione ricominciò a crescere. Le razzie degli scandinavi verso sud sono verosimilmente dovute a sovrappopolazione. Nel 911 il re di Francia, non riuscendo a contenerne l'impeto, cedette loro le terre che costituiranno da allora in poi il ducato di Normandia.

Con la battaglia di Hastings (1066) Guglielmo, duca di Normandia, conquista l'Inghilterra, passando alla storia con il nome di Guglielmo il Conquistatore. Le esplorazioni marittime a nord sono sicuramente favorite da condizioni climatiche favorevoli. L'Islanda è scoperta dai Vichinghi nel 874 d.C. e meno di un secolo dopo la Groenlandia, proprio in corrispondenza del massimo assoluto di attività solare (936 d.C.) [5, 9].

Relativamente al futuro, il modello prevede un imminente piccolo minimo nel prossimo 25° ciclo in corrispondenza dell'anno 2024, di intensità paragonabile a quella degli anni Cinquanta del secolo scorso. La tendenza generale, per tutto il secolo sarà quella di un generale aumento medio della frequenza mensile di macchie, sino a tutto il 2200, intramezzata da tre minimi di intensità crescente.

## Bibliografia

- [1] Enciclopedia Feltrinelli Fischer: Astronomia, Attività del sole, pag. 52, Feltrinelli Ed., Milano, 1971.
- [2] M. Cagnotti, Lo studio del Sole fra passato e futuro. La Specola Solare Ticinese e il Numero di Wolf, Archivio Specola Solare Ticinese/SIDC/BBSO, 2011.
- [3] J. Lean, Solar Irradiance Reconstruction. IGBP Pages/World Data Center for Paleoclimatology, Data Contribution Series # 2004-035, NOAA/NGDC Paleoclimatology Program, Boulder CO, USA, 2004.
- [4] P. Foukal, Sunspots and changes in the global output of the sun; in The Physics of Sunspots: Sunspots and Changes in the Global Output of the Sun, L.E. Cram, J.H. Thomas (Eds.), Sacramento Peak Observatory Conference, 391, 1981.
- [5] G. Kopp, D. Rabin, *Solar Physics*, 1992, **141**, 253.
- [6] M.C. Tobin, *Polym. Sci. Polym. Phys. Edition*, 1974, **12**, 399.
- [7] G.A. Korn, T.M. Korn, *Mathematical handbook for scientists and engineers: Probability theory and random processes*, Chp. 18.11-2, pag. 653, Mc Graw Hill, New York, 1968.
- [8] H. Pirenne, *Storia d'Europa dalle invasioni al secolo XVI*; Libro 1°, cap. 1: I regni barbari nell'impero romano, pag. 31-35; Libro 3°, cap. 1: La dissoluzione dell'impero, pag. 91-104, Newton Compton Ed., 1991.
- [9] M. McCormick *et al.*, *Journal of Interdisciplinary History*, 2012, **XLIII**(2), 169.
- [10] S. Mazzullo, *Chimica e Industria*, 2012, **94**(6), 94.

## Appendice

### Modello matematico di nucleazione/crescita di ogni singolo ciclo di macchie solari

Lo stimolo a sviluppare un modello del ciclo delle macchie solari mi è venuto da un'analisi di dettaglio dei dati storici relativi ai 400 anni di osservazioni solari, qui raccolti in Tab. A1 (cicli solari antichi) e Tab. A2 (cicli solari moderni).

Sulla scorta dell'esistenza di un campo magnetico in ogni macchia, la cui polarità rimane essenzialmente immutata durante un ciclo e dell'osservazione che nel ciclo successivo si ha una inversione di tutte le polarità magnetiche, nel modello descritto in questo lavoro, considereremo il ciclo completo che nasce dalla sequenza dei due, avente periodo medio di 22 anni, (ciclo di Hale). Il grafico di Fig. 1 andrà corredato del segno della polarità magnetica delle macchie, perciò, ordinatamente,

Tab. A1 - Cicli antichi di macchie solari (medie annuali del numero di Wolf), numerati a partire dal 1749 in corrispondenza del massimo di attività solare. Rielaborazione dei dati di Lean [3]

Ciclo		Anno	Nr. Wolf	Periodo $\tau$	$N_0/\tau$	Note
Nr.	Segno			(anni)	$N_0 = 1000$	
-7	-	1614,5	161,96			
-6	+	1625,5	65,60	11	90,91	
-5	-	1639,5	107,77	14	71,43	
-4	+	1652,5	18,52	66		Minimo di Maunder
		1660,5	16,06			
		1671,5	14,74			
		1684,5	15,35			
		1695,5	13,74			
		1705,5	20,37		15,15	
-3	-	1719,5	55,18	14	71,43	
-2	+	1730,5	99,07	11	90,91	
-1	-	1741,5	84,35	11	90,91	
0	+	1749,5	91,10	8	125,00	

Tab. A2 - Cicli moderni di macchie solari (medie mensili del numero di Wolf), numerati a partire dal 1749 in corrispondenza del massimo di attività solare. Rielaborazione dei dati di Lean [3]

Ciclo		Anno	Nr. Wolf	Periodo $\tau$	$N_0/\tau$	Note
Nr.	Segno			(anni)	$N_0 = 1000$	
0	+	1749,5	91,10			
1	-	1761,5	97,58	12	83,33	
2	+	1769,5	134,37	8	125,00	
3	-	1779,5	112,67	10	100,00	
4	+	1787,5	122,98	8	125,00	
5	-	1801,5	76,25	14	71,43	Minimo di Dalton
6	+	1816,5	51,36	15	66,67	
7	-	1830,5	92,44	14	71,43	
8	+	1837,5	147,73	7	142,86	
9	-	1848,5	118,79	11	90,91	
10	+	1860,5	118,57	12	83,33	
11	-	1870,5	131,56	10	100,00	
12	+	1883,5	80,68	13	76,92	
13	-	1894,5	107,56	11	90,91	
14	+	1904,5	78,24	10	100,00	
15	-	1917,5	133,53	13	76,92	
16	+	1927,5	104,12	10	100,00	
17	-	1936,5	125,72	9	111,11	
18	+	1948,5	144,94	12	83,33	
19	-	1957,5	200,00	9	111,11	
20	+	1969,5	120,42	12	83,33	
21	-	1981,5	203,44	12	83,33	
22	+	1989,5	196,74	8	125,00	
23	-	2000,5	199,79	11	90,91	
24	+	2013,5	130,00	13	76,92	
			<b>Somma</b>	<b>264</b>		
			<b>Media</b>	<b>11</b>		

# FLASHBACK RIVISITANDO

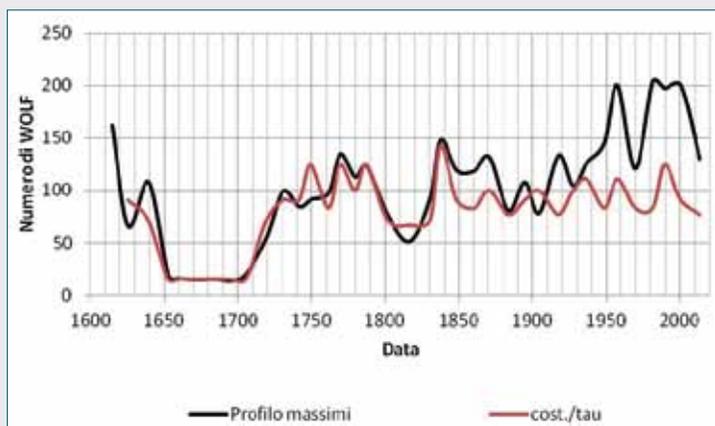


Fig. A1 - Sorprendente correlazione fra il profilo dei massimi del numero di Wolf e l'inverso del periodo del ciclo solare elencato nelle Tab. A1 e Tab. A2

a partire, per esempio dal 1749, al ciclo zero attribuiamo convenzionalmente il segno positivo e al successivo il segno negativo e così via per tutti gli altri cicli in avanti, sino al tempo presente e all'indietro, sino al primo dato storico del 1610, come indicato in Tab. A1 per i cicli antichi (1610-1649), per i quali si possiedono solo le medie annuali e in Tab. A2 per i cicli moderni, dal 1749 a oggi, per i quali si possiedono le medie mensili. Da quest'ultima si trae immediatamente la conferma che il valor medio dei cicli è 11 anni.

Da entrambe le tabelle si ricava invece una sorprendente correlazione fra l'inverso del periodo dei cicli e il valore massimo del numero di Wolf, come appare dalla Fig. A1. Un'ispezione visiva della figura suggerisce che l'inverso del periodo dei cicli solari costituisce la componente principale del fenomeno di variazione dell'intensità dei cicli: infatti c'è completa sovrapposizione di intensità e di fase dal 1610 sino al 1900 circa mentre da questa data in avanti c'è uno scostamento fra le due intensità, pur mantenendosi la fase.

La scoperta di questa correlazione di ordine, nell'apparente caoticità delle macchie solari, ha stimolato la mia curiosità investigativa a trovare, se esiste, un possibile significato fisico di questa novità.

Facciamo, allora, l'ipotesi che il processo di nucleazione/crescita si possa rappresentare mediante una equazione cinetica di cambiamento di fase, per esempio mediante la classica equazione cinetica di Tobin (eq. 1) [4].

$$\frac{dN}{dt} = k(T) \cdot f(N); N(0) = 0 \quad (\text{eq. 1})$$

$$f(N) = \frac{1}{N^\alpha} \cdot \alpha \cdot N^{1-\frac{1}{\alpha}} \cdot (N^\infty - N)^{1+\frac{1}{\alpha}} \quad (\text{eq. 2})$$

$$N^\infty(T) = N_0 \cdot \exp\left(-\frac{u^*/R}{T^*-T}\right) \quad (\text{eq. 3})$$

$$k(T) = k_0 \cdot \exp\left(-\frac{\Delta H/R}{T^*-T}\right) \quad (\text{eq. 4})$$

$$N(t) = N^\infty \frac{(kt)^n}{1+(kt)^n} \quad (\text{eq. 5})$$

Questa equazione ci dice che la velocità di formazione delle macchie (cioè, il numero di Wolf) si scrive come prodotto di due funzioni, la costante cinetica di formazione delle macchie  $k(T)$  che dipende esclusivamente dalla temperatura  $T$  e il fattore di estinzione  $f(N)$  che, in condizioni isoterme, dipende esclusivamente dal numero di macchie  $N$  (eq. 2). Il numero positivo  $\alpha = n + 1$  descrive il carattere geometrico di sviluppo delle macchie ( $n=1$ , sviluppo di linea;  $n=2$ , sviluppo di superficie;  $n=3$ , sviluppo di volume).

La quantità  $N^\infty$  rappresenta la frequenza mensile di macchie all'equilibrio. Essa è funzione del sottoraffreddamento  $\Delta T = T^* - T$ , rispetto alla temperatura  $T^*$  della fotosfera indisturbata ed è probabile che si possa esprimere come la funzione di Arrhenius rappresentata dell'eq. 3, dove  $u^*$  (J/mol) rappresenta l'energia di attivazione del fenomeno di formazione delle macchie ed  $R=8,314$  (J/mol K) è la costante dei gas. Anche la costante cinetica  $k(T)$  si potrà esprimere come una funzione di Arrhenius del sottoraffreddamento  $\Delta T = T^* - T$ , rispetto alla temperatura  $T^*$  della fotosfera indisturbata (eq. 4).

Non sono disponibili dati storici della temperatura delle macchie, se non che parzialmente e per i cicli più recenti [4]. Di conseguenza, l'identificazione dei parametri termodinamici di  $k(T)$ ,  $N^\infty(T)$  non è stata effettuata. A titolo di esempio, in Fig. 5 si mostra la ricostruzione del ciclo 22, in condizioni isoterme, come somma di due cinetiche di Tobin in successione temporale. Il numero totale di macchie di ciascun ciclo si ottiene integrando l'equazione differenziale. In condizioni isoterme, l'integrale viene descritto dall'eq. 5. Il suo andamento, in funzione del tempo di durata del ciclo è rappresentato dalla Fig. 6, mentre i relativi parametri cinetici sono raccolti in Tab. A3.

Tab. A3 - Ricostruzione del ciclo 22 (1986-1996): Parametri cinetici

Tobin	Fondamentale		Disturbo	
Peso	1,00		0,60	
$t_0$	0,00	anni	2,25	anni
$\alpha = n + 1$	4	anni	4	anni
$\tau$	5	anni	3,5	anni
$N^\infty$	6500.		6500.	

Osserviamo, a conclusione di questo paragrafo che, un modello di cambiamento di fase, come quello di Tobin appena delineato, fornisce una spiegazione dell'osservazione sperimentale che il valore massimo di ogni ciclo di macchie mostra una buona correlazione con l'inverso del tempo di durata del ciclo stesso. Infatti, la costante cinetica  $k(T)$  ha le dimensioni dell'inverso di un tempo  $\vartheta$  caratteristico del ciclo, cioè  $k(T)=1/\vartheta$ . Spetta poi al fattore di forma  $f(N)$  di dare un contributo correttivo per conseguire una ottimale rappresentazione dei dati sperimentali di ogni singolo ciclo solare.

## Modello di perturbazione dei campi elettromagnetici della fotosfera

Per semplicità di analisi, assumiamo che una generica corrente elettrica della fotosfera possa essere espressa dalla funzione sinusoidale rappresentata dall'eq. 6.

$$I = I_0 \sin \omega_0 t \quad (\text{eq. 6})$$

$$I = I_1 + I_2 = \sin \omega_1 t + \sin \omega_2 t \quad (\text{eq. 7})$$

$$I = 2 \cdot \sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t \cdot \cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \quad (\text{eq. 8})$$

Anzi, è più appropriato parlare di più correnti che attraversano, coerentemente, la superficie della fotosfera e che, in conseguenza del mezzo attraversato possano avere, con carattere casuale, intensità e pulsazioni ( $I_0, \omega_0$ ) lievemente diverse fra loro. Si noti, tuttavia, che un piccolo disturbo nella pulsazione  $\omega_0$  causa imponenti effetti di modulazione di ampiezza del fenomeno globalmente osservato.

Per fissare le idee, prendiamo in considerazione una coppia di correnti elettriche ( $I_1, I_2$ ) che attraversano la fotosfera e che differiscono lievemente nella pulsazione. L'espressione della corrente somma viene descritta dall'eq. 7.

Applicando le ben note formule di addizione [6], questa espressione diventa l'eq. 8.

Questa formula può essere interpretata molto incisivamente come segue: la somma delle due correnti ha il carattere di una funzione sinusoidale, di pulsazione  $\Omega_1 = (\omega_1 + \omega_2)/2$  pari al valor medio delle due quasi identiche pulsazioni, come descritto dal primo fattore ed è modulata in ampiezza da una funzione coseno di pulsazione  $\Omega_2 = (\omega_1 - \omega_2)/2$ . Quanto più piccola è la differenza fra le due pulsazioni, tanto più ampio è il periodo  $T_2 = 1/2\pi\Omega_2$  della modulazione di ampiezza.

### Stima dei parametri del modello fenomenologico

I dati di partenza sono le serie storiche temporali dei numeri di Wolf, per le quali è possibile attingere a diverse fonti. In questo lavoro facciamo riferimento ai dati di Lean *et al.* (1995), rielaborati e rappresentati graficamente in Fig. 1.

Si osservi che i valori dei numeri di Wolf non sono dati grezzi ma sono il risultato di medie mensili sottoposte a un processo di lisciatura. Per comodità di analisi, in Fig. A2 è stato riportato il profilo dei massimi storici di attività solare.

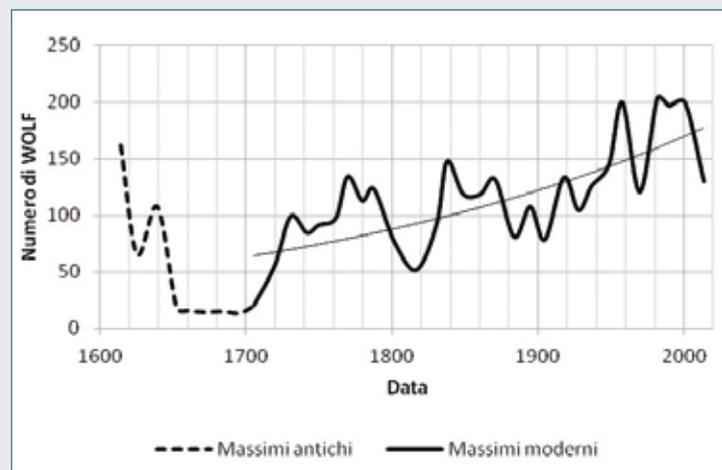


Fig. A2 - Profilo dei massimi storici ricostruiti di attività solare

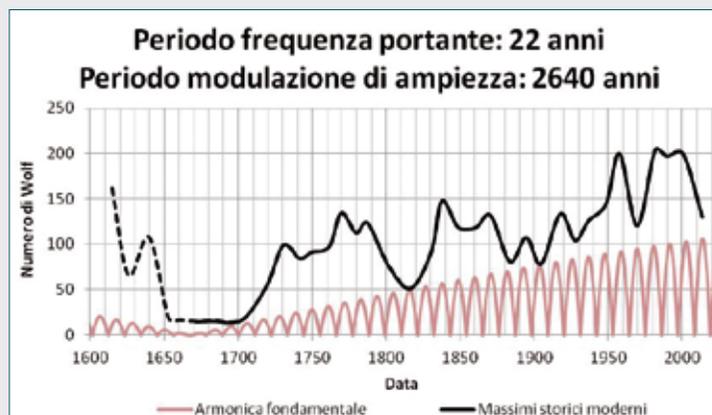


Fig. A3 - Diagramma di identificazione dell'armonica fondamentale

Nella figura è chiaramente evidente il minimo di Maunder (1645-1715), il minimo di Dalton (1790-1820) e il massimo contemporaneo (1960-2010). Nella stessa figura è stata sovrapposta un'approssimazione esponenziale dei massimi moderni allo scopo di evidenziare il significativo aumento medio secolare dell'attività solare, espressa in termini di numero di Wolf. Su questa linea media di tendenza, si sovrappongono fenomeni di più breve periodo e di minore intensità.

La speciale analisi armonica cui sottoporremo la serie storica dei numeri di Wolf è in grado di catturare, ragionevolmente, questi fenomeni macroscopici, appena delineati. Un possibile procedimento per identificare l'armonica fondamentale della modulazione di ampiezza può essere il seguente. Poiché i numeri di Wolf e le funzioni approssimanti sono grandezze positive, nell'analisi armonica si potrà utilmente procedere per sottrazione dal profilo storico dei massimi del numero di Wolf, delle funzioni approssimanti a partire dall'armonica modulante fondamentale, cioè a più bassa frequenza, ovvero a più lungo periodo. In Fig. A3 è rappresentato il primo passo del processo di identificazione dei parametri. La funzione approssimante è una funzione sinusoidale di periodo  $T_1 = 22 \text{ anni}$  modulata in ampiezza con periodo  $T_2 = 2640 \text{ anni}$ , identificato per tentativi in modo tale che il suo involuppo sia tangente alla linea ideale congiungente il valore minimo della curva involuppo dei massimi storici del numero di Wolf.



# FLASHBACK RIVISITANDO

Da una semplice ispezione visiva della Fig. A3, si nota che restano da identificare fenomeni di più breve periodo e di minore intensità da sommare all'armonica fondamentale. Una guida naturale per identificare il periodo di queste altre armoniche, per approssimazioni successive, viene fornito dall'intervallo di tempo che intercorre fra il minimo di Maunder (~1672) e il minimo di Dalton (~1816) e il minimo moderno (~1892). L'effetto combinato di queste armoniche produce una accettabile ricostruzione dei massimi storici delle macchie solari, come si può visivamente apprezzare dalla Fig. 10. La ricostruzione è stata effettuata mediante quattro coppie di funzioni di battimento musicale (eq. 9):

$$W = \sum_{i=1}^4 \Phi_i \left( \sin \frac{2\pi(t-t_i)}{\tau_{1i}} + \sin \frac{2\pi(t-t_i)}{\tau_{2i}} \right) =$$

$$2 \cdot \sum_{i=1}^4 \Phi_i \cdot \sin \frac{2\pi(t-t_i)}{T_1} \cdot \cos \frac{2\pi(t-t_i)}{T_{2i}} \quad (\text{eq. 9})$$

I parametri identificativi sono raccolti in Tab. A4.

Ogni colonna della tabella descrive compiutamente una coppia di componenti sinusoidali dello spettro di ricostruzione delle macchie. La prima colonna, cui compete il periodo  $T_2 = 2640$  anni descrive la componente principale dello spettro, come si può dedurre dal valore del peso  $\phi = 72,5$ .

Possiamo fare alcune osservazioni critiche conclusive:

1. è noto che il ciclo di Hale è un fenomeno elettromagnetico della fotosfera solare di carattere periodico (frequenza portante di periodo  $T_1 = 22$  anni) e *stazionario*, almeno con riferimento alla durata media della vita umana;
2. l'analisi appena effettuata ha messo in luce, per la prima volta, che il ciclo di Hale è anche modulato in ampiezza;
3. coesistono almeno 4 distinti cicli di Hale ciascuno dei quali *modulato in ampiezza* con periodo  $T_2$  significativamente maggiore del periodo della frequenza portante  $T_1$ , come da Tab. A5.

Tab. A4 - Parametri identificativi della ricostruzione di 400 anni di osservazioni delle macchie solari

$T_2$ (anni)	2640	418	231	132
$T_1$ (anni)	22	22	22	22
$\tau_1$ (anni)	21,82	20,90	20,09	18,86
$\tau_2$ (anni)	22,18	23,22	24,32	26,40
$\phi$	72,5	10,0	20,0	17,5
$t_i$ (anni)	1007	1568	1634	1656
$t_{\min.} = t_i + T_2/4$	1667	1672,5	1691,75	1689

Tab. A5 - Denominazione dei cicli di Hale in base al periodo  $T_2$  della modulazione di ampiezza

Ciclo di Hale	Periodo $T_1$	Periodo $T_2$
(sigla)	(anni)	(anni)
$H_1$	22	2640
$H_2$	22	418
$H_3$	22	231
$H_4$	22	132



Fig. A4 - Funzione di campionamento simmetrico sovrapposta agli eventi di campionamento identificati

L'introduzione di questi speciali cicli di Hale modulati in ampiezza da ragione dell'apparente caoticità di andamento dell'intensità dei cicli di macchie solari ma, soprattutto, riconduce anche questa fenomenologia a un quadro di periodicità, regolarità e stazionarietà dell'attività solare, se riferita alla durata della vita media umana;

4. Si può dire qualcosa in più sul peso  $\phi$  delle quattro armoniche? I pesi delle funzioni approssimanti non hanno una distribuzione coerente con la curva di Gauss degli errori casuali, perché il peso che compete al ciclo di Hale  $H_2$  ( $T_2 = 418$  anni) ha un'intensità troppo bassa. Piuttosto, i pesi sono ragionevolmente approssimati dalla funzione di campionamento  $y=C+A\sin\pi T_1 x/\pi T_1 x$ , come si può apprezzare dalla Fig. A4. Il parametro  $C = 18$  macchie/mese descrive il carattere random uniforme su tutto l'intervallo di valori  $[-1 \leq x \leq +1]$  che possono assumere le coppie di pulsazioni normalizzate  $[x = \pm T_1/T_2]$ . Sopra questo zoccolo uniforme si sovrappone un fenomeno variabile di carattere simmetrico, a profilo iperbolico dato dalla funzione di campionamento  $\sin\pi T_1 x/\pi T_1 x$ . A giudicare dalla numerosità, gli eventi di campionamento sono rari e persistenti nel tempo, con riferimento alla durata media della vita umana.

